

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КАНАЛА СВЯЗИ

Д.т.н. М.А. Мирошник¹, к.т.н. В.А. Крылова², А.И. Демичев¹

1. Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, г.Харьков

2. Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

Статья посвящена разработке и усовершенствованию методов контроля качества канала связи на основе оценки статистических характеристик потока ошибок на выходе дискретного канала связи. Предложенные методы основаны на топологическом представлении процессов формирования ошибок на длине кодовых блоков. Предложен метод определения параметров помехоустойчивых кодов, численные значения которых определяются на основании минимизации значений потенциальной вероятности ошибки декодирования.

Стаття присвячена розробці і вдосконаленню методів контролю якості каналу зв'язку на основі оцінки статистичних характеристик потоку помилок на виході дискретного каналу зв'язку. Запропоновані методи засновані на топологічному поданні процесів формування помилок на довжині кодових блоків. Запропоновано метод визначення параметрів завадостійких кодів, чисельні значення яких визначаються на підставі мінімізації значень потенційної ймовірності помилки декодування.

The article is devoted to the development and improvement of methods of quality control of the communication channel based on an assessment of the statistical characteristics of error stream at the output of the discrete communication channel. The proposed methods are based on the topological representation of the formation of the error on the length of the code blocks. A method for determining the parameters of error-correcting codes, numerical values are determined based on the value of minimizing the potential for error decoding.

Ключевые слова: канал связи, помехоустойчивый код, топология ошибок, адаптируемый, дискретный, статистические характеристики, блок коды, адекватные разбиения.

Введение. Теоретические и экспериментальные исследования среды передачи данных распределенных вычислительных сетей посвящены многие работы. Вместе с тем, практика подтверждает потребность в проведении дальнейших исследований, направленных на разработку способов оценки статистических характеристик каналов связи, предназначенных для передачи данных в автоматизированных системах управления. Одним из методов контроля каналов передачи данных является оценка по вторичным статистическим характеристикам – статистике ошибок в последовательности дискретных элементов и блоках информации с учетом зависимого характера их искажения [1]. Для оценки неизвестной вероятности используется, как правило, коэффициент ошибок по единичным элементам (кодовым комбинациям). Однако его применение целесообразно лишь на каналах с

распределением ошибок, близким к независимому. Оценка состояния каналов, характеризующихся группированием ошибок элементов (что приводит к взаимосвязи искажений передаваемых блоков информации) при использовании указанного метода становится явно неадекватной и ведет к значительным ошибкам контроля. Поэтому применимость этого метода ограничивается периодом квазистационарности состояния канала связи.

При аналитическом исследовании или статистическом испытании каналов передачи информации очень широко используются вероятностные характеристики потока ошибок на выходе канала связи. Знание этих характеристик, с одной стороны, позволяет определить свойства реальных каналов связи и разработать на их основе математические (имитационные) модели, алгоритмы которых описывают с достаточной степенью точности отзыв среды распространения на форму и вид сигналов, которые передаются. С другой стороны, эти характеристики дают возможность оценить вероятности ошибочного декодирования при использовании кодов с заданным кодовым расстоянием в режиме исправления ошибок по минимальному Хэмминговому расстоянию, не проводя сложных процедур кодирования и декодирования. Обычно в качестве таких характеристик используются: усредненная вероятность появления ошибки на множестве исходных символов; вероятность искажения кодовой последовательности на множестве кодовых последовательностей; функция кратности ошибок, которая определяется как вероятность появления m ошибок на кодовой последовательности длины [2].

Тем не менее, эти характеристики не дают никакой информации о топологии ошибок на выходе канала связи и их распределения на длине кодовой последовательности. Как будет показано далее, каналы связи при одной и той же вероятности элементарной ошибки или вероятности искажения кодовой последовательности могут существенно отличаться топологией ошибок на кодовой последовательности, которая имеет решающее значение при выборе способов повышения достоверности.

Основная часть.

Повышение достоверности контроля при заданных временных характеристиках может быть достигнуто за счет учета группового характера распределения ошибок в канале. Представленный метод исследования статистических характеристик, базирующийся на предположении о независимости ошибок, позволяет разработать алгоритмы и процедуры оценивания состояния дискретных каналов связи.

Задача контроля верности информации и оценки состояния дискретного канала на основе статистики ошибок в принятой последовательности дискретных элементов может рассматриваться как статистическая проблема. При этом задача контроля сводится к оценке неизвестной вероятности на основе экспериментальных данных и принятию соответствующего решения о состоянии канала посредством сравнения полученной оценки с установленным пороговым значением.

Методы анализа статистических характеристик дискретного канала связи, основываются на представлении множества ошибочных символов на выходе дискретного канала. При разбиении последовательности ошибок на n -последовательности, количество ошибочных символов E может быть представлено

$$E = \sum_{i=1}^n i \cdot S_i^{[n]}, \quad (1)$$

где i – вес n -последовательности $e^{[n]}(t)$; $S_i^{[n]}$ – количество n -последовательностей $e^{[n]}(t)$ с ошибкой веса i .

Изменение длины n -последовательности приводит к перераспределению ошибок для заданного множества ошибочных символов. Для характеристики этого явления вводится понятие вектора топологии ошибок:

$$\bar{S}^{[n]} = \{ S_1^{[n]}, S_2^{[n]}, \dots, S_m^{[n]}, \dots, S_{2^n}^{[n]} \}, \quad (2)$$

а значения компонент $S_i^{[n]}$ вектора соответствует количеству n -последовательностей с ошибками веса i .

При этом значения компонент вектора соответствует количеству n -последовательностей с ошибками веса i . Вектор топологии ошибок позволяет описывать распределение ошибок на выходе дискретного канала при передаче данных кодовыми последовательностями, а также связать вероятность ошибки бита с функцией кратности ошибок

$$p_\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n i \cdot S_i^{[n]}}{E}. \quad (3)$$

Практический интерес представляет рассмотрение вопроса, каким образом изменяется топология ошибок на $e^{[n]}(t)$, при изменении длины кодовой последовательности и связанные с изменением топологии поведения статистик $P(\geq 1, n)$ и $P(i, n)$ при изменении n . Полученные соотношения позволят, в определенной мере, приблизиться к решению задачи выбора кодов, при реализации которых вероятность ошибки декодирования минимизируется применительно к распределению потока ошибок на выходе дискретного канала связи.

Формула, которая связывает вероятность ошибки бита с функцией кратности ошибок

$$p_\sigma = P(\geq 1, n) - \sum_{i=1}^{n-1} \left(1 - \frac{i}{n}\right) \cdot P(i, n) \quad (4)$$

Анализ соотношений между вероятностью ошибки на бит, функцией кратности ошибок и вектором топологии ошибок для различных значений n позволило выявить ряд закономерностей. Первое утверждение

состоит в том, что при заданном значении длины кодовой последовательности одному и тому же значению вероятности ошибки на бит на выходе дискретного канала соответствуют различные топологии ошибок на множестве n -последовательностей ошибок. Так, если допустить, что два дискретных канала связи (возможно различного типа) имеют на выходе одно и тоже значение вероятности ошибки на бит, то это не значит, что они имеют одинаковое распределение ошибок на длине кодовых последовательностей.

Функция последовательности ошибок $E_j(i)$ на выходе дискретного канала определяется выражением

$$E_j(i) = \sum_{i=1}^n i \cdot S_i^{[n]}, \quad (5)$$

где $S_i^{[n]}$ – количество n -последовательностей с ошибкой веса i при разбиении $E_j(i)$ на блоки длиной n .

Для произвольной j -ой реализации при разбиении $E(i)$ на последовательности длиной m и n можно записать

$$\sum_{i=1}^m i \cdot S_i^{[m]} = \sum_{i=1}^n i \cdot S_i^{[n]}, \quad (6)$$

где m и n в знаке суммы определяют верхний предел весовой функции ошибок (вес ошибки) на последовательностях m и n .

При выполнении условия

$$\sum_{i=m+1}^n i \cdot S_i^{[n]} = 0 \quad (7)$$

следует, что

$$\sum_{i=1}^m i \cdot S_i^{[m]} = \sum_{i=1}^m i \cdot S_i^{[n]}. \quad (8)$$

Поскольку верхний предел суммирования для левой и правой части (8) одинаков, то весовая функция ошибки n -последовательностей $e^{[n]}(i)$ равна весовой функции m -последовательностей $e^{[m]}(i)$, то есть на длине последовательности $e^{[n]}(i)$ не возникают ошибки веса более m . Если условие (8) не выполняется для любых m и n на статистике ошибок канала, то задача состоит в поиске такой пары m и n , при которых правая часть (8) является минимальной.

Вероятность ошибки декодирования (n, k) -кода зависит от вероятности ошибки бита и информационной скорости кода R ($R = k/n$). Чтобы получить выражение для $P_{\text{ош.дек}}$ в явном виде, воспользуемся предположением о том, что при изменении длины кодового блока значение вероятности ошибки \bar{p}_σ для данной j -реализации последовательности ошибок $E(i, j)$ на выходе дискретного канала не зависят от этих изменений, поэтому:

$$P_{\text{ош.дек}}^* = \bar{p}_\sigma - \sum_{i=1}^m \frac{i}{n} \cdot P(i, n). \quad (9)$$

Потенциальная вероятность ошибки декодирования является функцией канала, определяется статистикой ошибок на его выходе и задает меру

возможностей корректирующих свойств кодов по ее реализации. Обладая, как мера, свойством существования на последовательности ошибок канала она должна отражать функциональную зависимость от вероятности ошибки бита и иметь топологические характеристики (то есть характеристики разбиения последовательности ошибок на блоки) адекватные параметрам помехоустойчивых кодов. Границы для потенциальной вероятности ошибки декодирования определяются двойным неравенством

$$0 \leq P_{\text{ош.дек}}^* \leq \bar{p}_\sigma \quad (10)$$

Равенство нулю (левая граница) достигается при выполнении условия (8), то есть когда на множестве разбиений $E_j(i)$ (n, m) – последовательности существуют такие (n, m) и $n > m$, при которых на длине n -последовательности не возникают ошибки веса более m , при этом

$$\bar{p}_\sigma = \sum_{i=1}^m \frac{i}{n} \cdot P(i, n) \quad \text{и} \quad P_{\text{ош.дек}}^* = 0 \quad (11)$$

Правая граница для потенциальной вероятности ошибки декодирования достигается асимптотическим приближением ее значений к \bar{p}_σ и точно равна вероятности ошибки бита при условии

$$\sum_{i=1}^m \frac{i}{m} \cdot P(i, n) = 0 \quad (12)$$

$$\text{и} \quad P_{\text{ош.дек}}^* = \bar{p}_\sigma. \quad (13)$$

В пределах указанных границ значения потенциальной вероятности ошибки декодирования определяются топологией ошибок на множестве $\{(n, m)\}$ -разбиений последовательности ошибок дискретного канала связи и равенство нулю $P_{\text{ош.дек}}^*$ выполняется всякий раз, когда при $m < n$ на длине n -последовательности не возникают ошибки кратности более m .

Известно, что существенным ограничением при выборе параметров кодера, является то, что из трех параметров два из них априори должны быть заданы.

$$R \leq 1 - \frac{\log_2 \sum_{j=1}^{i_g-1} C_{n-1}^j}{n}. \quad (14)$$

Это обстоятельство является существенным ограничением при выборе кода, оптимального к статистике ошибок в реальных каналах связи.

Выполненная ранее оценка потенциальных границ для вероятности ошибки декодирования позволяет снять указанное ограничение и увязать топологические характеристики разбиения последовательности ошибок на блоки с параметрами блоковых кодов [4]. Это следует из равенств (6 и 9) при выполнении условия (7). При этом длина n -последовательности ошибок $e^{[n]}(i)$ адекватна длине кодового блока n , а m ($m \geq d$) является весовой функцией ошибки на $e^{[n]}(i)$, минимизирующей значение потенциальной вероятности ошибки декодирования на множестве (n, m)-разбиений последовательности ошибок.

Таким образом, используя (14) представляется возможным определить параметры помехоустойчивых

кодов, адекватные топологическим характеристикам (n, m)-разбиений последовательности ошибок $E(i)$ на выходе дискретного канала и оптимальные к ее статистическим характеристикам.

В то же время по результатам имитационного моделирования показано [5], что условие (7) выполняется для некоторого множества $\{n_j\}$ $j=1... \xi$ значений длин разбиений при фиксированной весовой функции $m(i)$ последовательностей ошибок $e^{[n]}(i)$. С учетом этого свойства выражение (14) может быть записано в виде системы равенств

$$\left\{ k = n_j - \log_2 \sum_{i=0}^m C_{n_j}^i \right\} \begin{matrix} n \equiv \text{var} \\ m \equiv \text{const} \\ j = 1, \xi \end{matrix} \quad (15)$$

Выражение (15) является «краугольным камнем» в определении параметров кодера, адаптируемого к состоянию канала связи, поскольку позволяет изменять (перфорировать) длину кодового блока n , изменяя тем самым корректирующие свойства кода в зависимости от изменения статистики ошибок в канале связи.

Выводы.

Таким образом, параметры блоковых кодов адекватные (n, m)-разбиениям последовательности ошибок на выходе дискретного канала связи определяются соотношениям (15) с использованием потенциальных границ для весовой функции ошибок последовательностей. Выражение (15) указывает на возможность синтезировать помехоустойчивый код с переменными параметрами выигрыша/скорости, адаптируемый к топологии ошибок на выходе дискретного канала связи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Жидков И.А. Оценка состояния канала связи по результатам декодирования помехозащищенного кода / И.А. Жидков, А.В. Левенец, Ен Ун. Чье – Х.: Измерительная техника, 2009. – №3(21).
2. Количнев Л.П. Статистический контроль каналов связи / Л.П. Количнев, В.Д. Королёв – М.: Радио и связь, 1991. – 315 с.
3. Крылова В.А. Оценка информационного состояния канала связи в адаптивных системах кодирования/декодирования / В.А. Крылова // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт». – Харьков.: НТУ «ХПИ», 2013. – №8(982). – С. 57.
4. Design of a built-in diagnostic infrastructure for fault-tolerant telecommunication systems Miroshnik, M.; Zagarij, G.; Derbunovich, L. Modern Problems of Radio Engineering Telecommunications and Computer Science (TCSET), 2012 International Conference on Year: 2012 Pages: 384 – 384 IEEE ConferencePublications.
5. Горбачев В.В. Результаты экспериментальных исследований методики оценки статистических характеристик потоков ошибок на выходе дискретного канала связи / В.В. Горбачев, В.А. Крылова, Д.В. Биднина // Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт» – Харьков.: НТУ «ХПИ». 2005. – №38 – С. 16-21.